



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

## Prueba Específica de Matemática

Código de examen: PEM-ECFM-2018-01-100

NOV: —

Nota:

Nombres: \_\_\_\_\_ Apellidos: \_\_\_\_\_

*Solo marque una opción:*

Hombre  Mujer

Matemática  Física

### *Instrucciones*

- La prueba consta de 25 preguntas. Las respuestas a los problemas planteados son únicamente enteros positivos entre 1 y 99.
- La nota de la prueba es igual al número de respuestas correctas multiplicado por cuatro. No hay penalización por respuestas incorrectas.
- Tiene 120 minutos para resolver la prueba.
- Cada pregunta tiene dos casillas para colocar la respuesta, la cual debe estar escrita con lapicero. Cuando la respuesta obtenida tiene un sólo dígito, debe colocar un cero en la casilla de la izquierda.
- Por ejemplo, si obtuvo el número siete como solución a un problema, lo correcto es escribir  , y es incorrecto  o  .
- No se puede hacer uso de los siguientes dispositivos electrónicos: calculadora, teléfono, teléfono inteligente, tableta o computadora.
- El orden de los problemas no tiene relación con su dificultad, ya que las preguntas fueron colocadas en orden aleatorio para generar varias formas.
- No olvide colocar su número de carné y nombre completo en los espacios correspondientes en esta hoja.
- Se le solicitará un documento de identificación con foto para verificar su identidad, su tarjeta de orientación vocacional y la impresión de constancia de asignación a esta prueba.
- La prueba inicia cuando se le indique.

**Problema 1.** Determine el valor de

$$7(5 - (-5 - 2)) - 5(4 - 2(2)) + 10.$$

Respuesta:

**Problema 2.** Encuentre la suma del numerador y denominador de la fracción simplificada que se obtiene al reducir la expresión:

$$4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}.$$

Respuesta:

**Problema 3.** El decimal periódico mixto 0.0153333..., se escribe como una fracción irreducible. ¿Cuál es el numerador de esta fracción?

Respuesta:

**Problema 4.** Encuentre la suma del primo más grande y más pequeño que obtiene al factorizar en primos el número 17,017.

Respuesta:

**Problema 5.** Si el 30% de un número es 12, ¿Cuál es el 125% de dicho número?

Respuesta:

**Problema 6.** Encuentre el valor de  $a + b + c$ , si

$$(a - 25)^2 + (b + 2)^2 + (c - 12)^2 = 0.$$

Respuesta:

**Problema 7.** Determine el valor de

$$\frac{z(z^{z-1}) - z}{z},$$

cuando  $z = 4$ .

Respuesta:

**Problema 8.** Encuentre la solución de la ecuación

$$15(x - 1) + 4(x + 3) = 17(7 + x).$$

Respuesta:

**Problema 9.** Encuentre el valor de  $A = x + 37y$ , si

$$\begin{aligned} 4x - y &= -9 \\ 2x + 2y &= -2. \end{aligned}$$

Respuesta:

**Problema 10.** Hace seis años un padre tenía el cuádruplo de la edad de su hijo. En diez años más tendrá sólo el doble. Hallar la edad actual del padre.

Respuesta:

**Problema 11.** Si  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son, respectivamente, la raíz más grande y más pequeña de la ecuación  $x^2 + 2x - 63 = 0$ , halle el valor de  $2\alpha_1 + \alpha_2$ .

Respuesta:

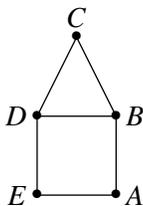
**Problema 12.** Encuentre el valor de  $k$  que hace que la ecuación  $kx^2 - 24x + 9 = 0$  tenga sus raíces iguales.

Respuesta:

**Problema 13.** La diferencia entre los lados de un rectángulo es 70 cm. Calcular la longitud del lado más pequeño del rectángulo si su diagonal mide 130 cm.

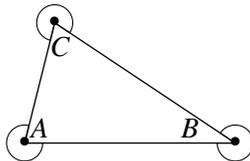
Respuesta:

**Problema 14.** El cuadrado  $ABDE$  y el triángulo isósceles  $BCD$ ,  $BC = CD$ , tienen igual perímetro. El polígono  $ABCDE$  tiene 72 cm de perímetro. ¿Cuál es la longitud de  $BC$ ?



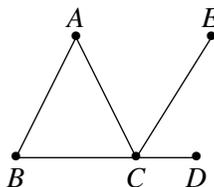
Respuesta:

**Problema 15.** Si  $S$  es la suma de los ángulos exteriores del triángulo  $ABC$ , determine el valor de  $S/50$ .



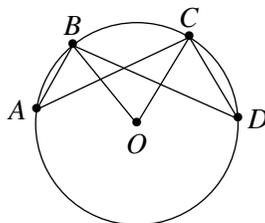
Respuesta:

**Problema 16.** El triángulo  $ABC$  es isósceles con  $AB = AC$ . Si  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $D$  es un punto en la recta  $BC$  y  $CE$  es la bisectriz de  $\angle DCA$ , ¿cuanto mide  $\angle ECD$ ?



Respuesta:

**Problema 17.** En la circunferencia de centro  $O$ ,  $\angle BAC + \angle BDC = 16^\circ$ . Determine el valor de  $\angle BOC$ .



Respuesta:

**Problema 18.** En un triángulo rectángulo  $ABC$ , con ángulo recto en  $B$ , se inscribe un cuadrado  $PQRS$ , con  $PS$  en  $AC$ . Si  $AP = 50$ , y  $SC = 8$ , halle el lado del cuadrado.

Respuesta:

**Problema 19.** Un triángulo rectángulo tiene hipotenusa igual a 25 y un cateto igual a 24. Si  $\alpha$  es el ángulo más pequeño de este triángulo, determine el valor de  $N = 5(\csc \alpha + \cot \alpha)$ .

Respuesta:

-----  
**Problema 20.** La recta que pasa por el punto  $(10, 50)$  y es paralela a la recta  $-3x + 2y + 7 = 0$  corta al eje  $y$  en el punto  $(0, b)$ . Determine el valor de  $b$ .

Respuesta:

-----  
**Problema 21.** Encuentre la suma de la coordenada en  $x$  y  $y$  del centro del círculo  $x^2 - 20x + y^2 - 4y + 68 = 0$ .

Respuesta:

-----  
**Problema 22.** Sea  $\mathbb{Z}^+$  es el conjunto de enteros positivos. Se definen los conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{Z}^+ : n \leq 100 \text{ y } n \text{ es par} \}$$

$$B = \{n \in \mathbb{Z}^+ : n \leq 100 \text{ y } n \text{ es múltiplo de tres} \}.$$

Encuentre el número de elementos del conjunto  $A \cap B$ .

Respuesta:

-----  
**Problema 23.** Sea  $A = \{a, b, c, d, e\}$  y  $\mathcal{P}(A)$  el conjunto potencia de  $A$ , es decir, el conjunto formado por todos los subconjuntos de  $A$ . ¿Cuántos elementos tiene el conjunto  $\mathcal{P}(A) \cup A$ ?

Respuesta:

-----  
**Problema 24.** A una prueba de ingreso a la Universidad se presentaron 100 alumnos, de los cuales 65 aprobaron el examen de Matemáticas, 25 el de Matemáticas y Física y 15 aprobaron sólo el de Física. ¿Cuántos no aprobaron ninguno de los dos exámenes?

Respuesta:

-----  
**Problema 25.** En una convención hay setenta y dos políticos. Cada político es o bien deshonesto o bien honesto. Se sabe que: al menos uno de los políticos es honesto; dado cualquier par de políticos, al menos uno de los dos es deshonesto. ¿Cuántos políticos son deshonestos?

Respuesta:

-----  
 –Fin de la prueba–